



CONCURSO ITA 2025
EDITAL: 01/ITA/2025
CARGO: PROFESSOR

PERFIL: MS-10

CADERNO DE QUESTÕES

1. Esta prova tem duração de **4 (quatro) horas**.
2. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente simples e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar ou equipamento eletrônico.**
3. Você recebeu este **caderno de questões e um caderno de respostas** que deverão ser devolvidos ao final do exame.
4. O caderno de questões é composto por **8 (oito) questões dissertativas**.
5. As **questões dissertativas devem ser respondidas exclusivamente no caderno de respostas**. Responda sequencialmente as questões, usando caneta preta.
6. **É obrigatória a devolução do caderno de questões e do caderno de respostas**, sob pena de desclassificação do candidato.
7. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

Questão 1 (1 ponto)

Sejam $f(n)$ e $g(n)$ as seguintes funções, onde $n > 2$ é um número natural:

$$f(n) = \begin{cases} n^3, & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ n^2, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases} \quad g(n) = \begin{cases} n^3, & \text{se } n \text{ é primo} \\ n^2, & \text{se } n \text{ é composto} \end{cases}$$

As afirmações abaixo são verdadeiras? Justifique cada uma.

- a) $f = O(g)$
- b) $g = O(f)$

Questão 2 (1,5 pontos)

Com relação às linguagens formais:

- a) Defina o que é uma gramática ambígua.
- b) Baseada na definição acima, apresente um exemplo de gramática livre de contexto que seja ambígua, justificando.
- c) Considerando uma linguagem de programação, explique as consequências no processo de compilação caso sua gramática seja ambígua.

Questão 3 (1 ponto)

Considerando o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ e utilizando apenas as três primitivas básicas (alternativa, concatenação e repetição), escreva uma expressão regular que somente reconheça todas as cadeias com um número ímpar de caracteres a e um número ímpar de caracteres b . Exemplos: ab , ba , $abaa$, $bbab$, $bababa$, $bbbaaa$, ...

Observação: Caso isso seja impossível, apresente uma justificativa.

Questão 4 (1,5 pontos)

Seja uma matriz de inteiros com $n > 0$ linhas e $m > 0$ colunas, onde cada inteiro corresponde à cor de um *pixel*, representando um mapa geográfico onde:

- cada *pixel* tem vizinhança apenas nos sentidos horizontal e vertical;
- países são formados por *pixels* vizinhos de mesma cor (consequentemente, países vizinhos têm cores distintas);
- não há nenhum oceano neste mapa.

Escreva o pseudocódigo de um algoritmo de tempo $\Theta(n.m)$ que calcula o número de países representados no mapa. Justifique a complexidade do seu algoritmo.

Questão 5 (1,5 pontos)

Considere o *pseudocódigo recursivo* abaixo, onde $n \geq 0$:

```
int Rec(int n) {  
    if (n==0) return 1;  
    // faz algo de tempo constante que não aloca memória  
    return 3*Rec(n-1) + 2*Rec(n-1) + Rec(n-1);  
}
```

a) Supondo que não haja variáveis locais, quais seriam as complexidades de **tempo** e de **espaço** de **Rec (n)** ? Basta indicar a ordem, justificando.

b) Supondo que esteja declarado localmente em **Rec (n)** um vetor de dimensão **n** que será inicializado com valores nulos, quais seriam as complexidades de **tempo** e de **espaço** de **Rec (n)** ? Basta indicar a ordem, justificando.

Questão 6 (1,5 pontos)

Dado um grafo $G(V, E)$ não orientado e $N > 0$ cores distintas, o problema N -coloração consiste em decidir se é possível colorir cada vértice de V com uma cor de tal forma que vértices vizinhos tenham cores diferentes. Sabendo que o problema 3-coloração é NP-completo, descreva explicitamente todos os passos necessários de uma prova formal (mesmo que sejam triviais) para demonstrar que o problema 4-coloração também é NP-completo.

Questão 7 (1 ponto)

Considere uma **árvore binária balanceada** com n nós cuja raiz é apontada por **T**, onde cada nó armazena um valor inteiro.

a) Escreva um pseudocódigo **PrintPaths (node *T, int S)** de tempo $O(n \cdot \log n)$ que imprime todos os caminhos desta árvore, não necessariamente começando na raiz ou terminando em uma folha, onde **S** é a soma dos valores armazenados nos nós desse caminho. Justifique a complexidade de tempo do seu algoritmo.

b) Sem contar os nós da árvore, qual foi o espaço extra necessário, em função de n , utilizado pelo seu algoritmo?

Questão 8 (1 ponto)

No processo de compilação, uma conhecida otimização de código é a recursão de cauda (*tail recursion*), que pode ser aplicada em funções recursivas para consumir menos espaço da pilha de execução. Explique quais são as condições requeridas e apresente um exemplo, mostrando pseudocódigos antes e depois desta otimização.

RASCUNHO

Rascunho