

CONCURSO ITA 2025 EDITAL: 02/ITA/2025 CARGO: PESQUISADOR

PERFIL: PQ-10

#### CADERNO DE QUESTÕES

- 1. Esta prova tem duração de 4 (quatro) horas.
- 2. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente simples e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar ou equipamento eletrônico.**
- 3. Você recebeu este **caderno de questões e um caderno de respostas** que deverão ser devolvidos ao final do exame.
- 4. O caderno de questões é composto por 4 questões dissertativas.
- 5. As questões dissertativas devem ser respondidas exclusivamente no caderno de respostas. Responda sequencialmente as questões, usando caneta preta.
- 6. É obrigatória a devolução do caderno de questões e do caderno de respostas, sob pena de desclassificação do candidato.
- 7. Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.

#### A questão 1 se refere ao seguinte problema:

O modelo dinâmico do subsistema elétrico do equivalente bifásico de um motor de indução trifásico de dois polos pode ser descrito via: (i) as correntes no estator da máquina; (ii) e os fluxos magnéticos concatenados do rotor. As relações fundamentais, utilizando notação complexa  $(j = \sqrt{-1})$ , são

$$\psi_{s,\alpha\beta} = \ell_s \mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + M \exp(j\theta_m) \mathbf{i}_{r,\alpha\beta} \tag{1}$$

$$\psi_{r,\alpha\beta} = \ell_r \mathbf{i}_{r,\alpha\beta} + M \exp\left(-j\theta_m\right) \mathbf{i}_{s,\alpha\beta} \tag{2}$$

Note que o índice s serve para indicar se a variável está associada com o circuito do estator, já o índice r está associado com o **r**otor. O índice  $\alpha\beta$  é para indicar que a variável está na base  $\alpha\beta$ . A notação complexa adotada implica em  ${\bf x}_{\alpha\beta}=x_{\alpha}+jx_{\beta}$  para uma variável genérica  ${\bf x}$ . É possível utilizar uma notação matricial com variáveis reais:

$$\begin{bmatrix} \psi_{s,\alpha} \\ \psi_{s,\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_s & 0 \\ 0 & \ell_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,\alpha} \\ i_{s,\beta} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \cos \theta_m & -\sin \theta_m \\ \sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r,\alpha} \\ i_{r,\beta} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{r,\alpha} \\ \psi_{r,\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_r & 0 \\ 0 & \ell_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r,\alpha} \\ i_{r,\beta} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s,\alpha} \\ i_{s,\beta} \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

Pode ser conveniente utilizar

$$1 - \frac{M^2}{\ell_s \ell_r} = \sigma \tag{5}$$

Seguem as definições das grandezas envolvidas:

- $\ell_s$  é a indutância equivalente do estator da máquina (constante);
- $\ell_r$  é a indutância equivalente do rotor da máquina (constante);
- M é a indutância mútua equivalente da máguina (constante);
- σ é a dispersão magnética (constante);
- $\psi_{s,\alpha\beta}$  é o fluxo magnético concatenado do estator em um sistema de coordenadas fixo no estator;
- $\psi_{r,\alpha\beta}$  é o fluxo magnético concatenado do rotor em um sistema de coordenadas fixo no estator;
- $\mathbf{i}_{s,\alpha\beta}$  é a corrente do estator em um sistema de coordenadas fixo no estator;
- $\mathbf{i}_{r,\alpha\beta}$  é a corrente do rotor em um sistema de coordenadas fixo no estator;
- $\theta_m$  é o ângulo mecânico de rotação da máquina.

**Questão 1.** (2,5) Utilizando como variáveis de estado  $\mathbf{i}_{s,\alpha\beta}$  e  $\psi_{r,\alpha\beta}$ , deduza as equações de estado da parte elétrica do motor de indução sabendo que

$$\mathbf{v}_{s,\alpha\beta} = R_s \mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_{s,\alpha\beta} \tag{6}$$

$$0 = R_r \mathbf{i}_{r,\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \psi_{r,\alpha\beta} \tag{7}$$

em que  $R_s$  é a resistência do estator;  $R_r$  é a resistência do rotor; e  $\mathbf{v}_{s,\alpha\beta}$  é a tensão de alimentação do circuito do estator ( $\mathbf{v}_{s,\alpha\beta}=v_{s,\alpha}+jv_{s,\beta}$ ). Veja que o modelo final, no formato de equação de estados,  $\underline{n}$ ão deve conter os termos  $\psi_{s,\alpha\beta}$  e  $\mathbf{i}_{r,\alpha\beta}$ . A resposta pode ser apresentada utilizando a notação complexa, ou com variáveis reais.

Questão 2. (2,5) O circuito da Figura 1 é um conversor CC–CA trifásico com filtro LC alimentando uma carga resistiva. Assuma que as chaves presentes são todas ideais; os indutores, capacitores e a carga resistiva são todos equilibrados. Apresente o modelo no formato de equações de estado utilizando o método da média na base  $\alpha\beta0$  e também na base dq0. As variáveis de estado devem ser as correntes no indutor L e as tensões nos capacitores C.

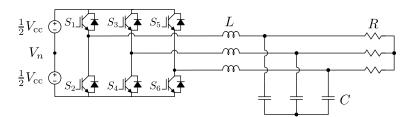


Figura 1: Conversor CC-CA trifásico contendo circuito RLC.

Utilize a seguinte transformada  $\alpha\beta0$ :

$$\begin{bmatrix} x_{\alpha} \\ x_{\beta} \\ x_{0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a} \\ x_{b} \\ x_{c} \end{bmatrix}$$
(8)

e a seguinte transformada dq0:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix}$$
 (9)

sendo que x é uma variável genérica qualquer; os índices  $\{a,b,c\}$  indicam as fases do sistema trifásico; os índices  $\{\alpha,\beta,0\}$  indicam as componentes da base  $\alpha\beta0$ ; e os índices  $\{d,q,0\}$  indicam as componentes da base dq0.

**Questão 3.** (2,5) O sistema visto na Figura 2 representa um conversor de dois quadrantes para acionamento de um motor CC. Considere que a estrutura opera no modo de condução descontínua e que os semicondutores são ideais. Determine: (i) a corrente de pico que flui pelo motor; (ii) a tensão média de saída  $v_{AB}$ ; e (iii) a corrente média no interruptor.

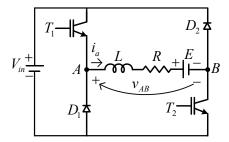


Figura 2: Conversor CC-CC de dois quadrantes.

Adote a seguinte simplificação

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \approx 1 - \frac{t}{\tau} \tag{10}$$

em que  $\tau$  é a constante de tempo do circuito, além de que  $\tau >> T$  com T o período de comutação.

# **Questão 4.** (2,5) O circuito apresentado na Figura 3 mostra um retificador monofásico controlado que alimenta um motor de corrente contínua.

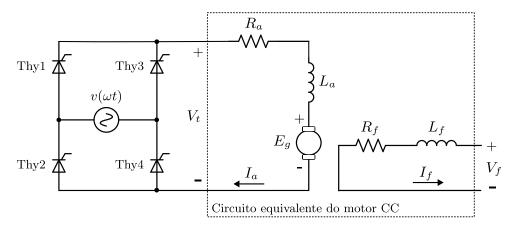


Figura 3: Retificador monofásico controlado com motor CC

As equações que descrevem o modelo elétrico do motor são:

$$V_t = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + E_g \tag{11}$$

$$V_f = I_f R_f + L_f \frac{dI_f}{dt} \tag{12}$$

onde a força contraeletromotriz ( $E_q$ ) é dada por:

$$E_g = \omega_r L_{af} I_f \tag{13}$$

O torque eletromagnético ( $T_e$ ) é definido por:

$$T_e = L_{af} I_f I_a \tag{14}$$

e está relacionado à dinâmica mecânica do sistema pela equação:

$$T_e = J\frac{d\omega_r}{dt} + B_m\omega_r + T_L \tag{15}$$

As grandezas envolvidas no sistema são:

- Ra: Resistência da armadura
- R<sub>f</sub>: Resistência do campo
- $L_a$ : Indutância própria da armadura
- $L_f$ : Indutância própria do campo
- $L_{af}$ : Indutância mútua entre as bobinas de campo e as da armadura
- T<sub>e</sub>: Torque eletromagnético
- $T_L$ : Torque de carga
- J: Momento de inércia
- $B_m$ : Coeficiente de atrito viscoso
- $\omega_r$ : Velocidade angular do rotor

Considerando tiristores ideais, o motor CC operando com corrente de armadura contínua (condução contínua) e que a carga é de 50% da carga nominal, <u>determine o ângulo de</u> disparo  $\alpha$  que mantenha a velocidade nominal do motor.

A resposta deve ser em função das seguintes variáveis:  $R_a$ ,  $R_f$ ,  $L_{af}$ ,  $V_f$ , E,  $P_{nom}$  (potência nominal) e  $\omega_{nom}$  (velocidade angular nominal). Considere também que  $B_m=0$  e que a tensão de entrada do retificador é  $v(\omega t)=\sqrt{2}E\operatorname{sen}(\omega t)$ .